1. સંખ્યા

➢ ગણિતની બધી જ સંખ્યાઓ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 અંકો વડે બનેલી છે. ગણિતમાં કોઈ પણ સંખ્યાનું સ્થાન અને તેની કિંમત સમજવા માટે જમણી બાજુથી સ્થાનની ગણતરી નીચે મુજબ કરવામાં આવે છે. એક અંકની સંખ્યા - 9 (જેમાં 9 એ એકમનું સ્થાન ધરાવે છે.) બે અંકની સંખ્યા - 37 (જેમાં 7 એ એકમનું સ્થાન ધરાવે છે અને 3 એ દશકનું સ્થાન ધરાવે છે.) આ રીતે ગણિતના બધા જ અંકોનુ સ્થાન જમણી બાજુથી અલગ - અલગ નક્કી કરવામાં આવ્યું છે.

આઠમો અંક	સાતમો અંક	છઠ્ઠો અંક	પાંચમો અંક	ચોથો અંક	ત્રીજો અંક	બીજો અંક	પ્રથમ અંક
(કરોડ)	(દસ લાખ)	(લાખ)	(દસ હજાર)	(હજાર)	(શતક)	(દશક)	(એકમ)



મણકા ઘોડી

➢ આમ, આગળના સ્થાનના અંકો માટે પણ તેમનાં સ્થાન પ્રમાણેની કીંમત છે પરંતુ ગણિતમાં અભ્યાસમાં સામાન્ય રીતે વધુ આગળનાં અંકોનો ઉપયોગ થતો નથી.

દાર્શનીક કિંમત, સ્થૂળ કિંમત, અંક કિંમત, ફેસ વેલ્યુ :

➢ કોઈ પણ અંકની દાર્શનીક કિંમત જે તે અંક પોતે જ હોય છે.

ઉ.દા. 987માં

- 9ની દાર્શનિક કિંમત = 9
- 8ની દાર્શનિક કિંમત = 8
- 7ની દાર્શનિક કિંમત = 7

સ્થાનિક કિંમત :

➢ કોઈ પણ સંખ્યામાં તેના સ્થાનના આધારે દરેક અંકની એક ચોક્કસ કિંમત હોય છે. જેને તેની 'સ્થાનિક કિંમત' કહે છે.

બેકી સંખ્યાઓ (Even Numbers)

➢ જે સંખ્યાઓનો એકમનો અંક 0, 2, 4, 6, કે 8 હોય તેવી બધી જ સંખ્યાઓને 'બેકી સંખ્યા' કહે છે.

દા.ત.: 6, 30, 216, 578, 9888

નોંધ :- 0 એ તટસ્થ સંખ્યા છે એટલે કે 0 એ એકી કે બેકી સંખ્યા નથી.

વાસ્તવિક સંખ્યા (Rational Numbers) અથવા સંમેય સંખ્યાઓ

દા.ત: $7, \frac{79}{8}, \frac{22}{7}, -\frac{40}{9}, 0, 3.14$

અવાસ્તવિક સંખ્યાઓ (Irrational Numbers) અથવા અસંમેય સંખ્યાઓ

દા.ત.: $\sqrt{83}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \pi$

ભાગાકારના નિયમો

➢ કોઈ એક સંખ્યાને બીજી સંખ્યા વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય કે નહિ તે નક્કી કરવા માટે કેટલાંક ભાગાકારના નિયમો :

2 નો નિયમ :

➢ દરેક બેકી સંખ્યાને 2 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે. (જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0, 2, 4, 6 કે 8 હોય તેને 2 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય)

દા.ત.- 226 (2 વડે ભાગી શકાય)

551 (2 વડે ભાગી ન શકાય)

3 નો નિયમ :

➢ જે સંખ્યાના બધાં જ અંકોના સરવાળાને 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તે સંપુર્ણ સંખ્યાને 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.

દા.ત. : 12693

$= 1 + 2 + 6 + 9 + 3 = 21$

(21 ને 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય માટે, આ સંખ્યાને 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય)

42913

$= 4 + 2 + 9 + 1 + 3 = 19$

(19 ને 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય નહિ) માટે, આ સંખ્યાને 3 વડે નિઃશેષ ભાગી ન શકાય.

4 નો નિયમ :

➢ જે સંખ્યાના છેલ્લા બે અંકોને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તે સંપૂર્ણ સંખ્યાને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય. (છેલ્લા 2 અંક 00 હોય તો 4 વડે ભાગી શકાય)

દા.ત. : 586316 (16 ને 4 વડે ભાગી શકાય)

55483 (83 ને 4 વડે ભાગી ન શકાય)

Practice Example

(1) 3925માં 9 ની સ્થાનિક કિંમત અને 3 ની દાર્શનિક કિંમતનો તફાવત શોધો.

(a) 898 (b) 897 (c) 896 (d) 895

(2) 53911માં 3 ની દાર્શનિક કિંમત અને 9 ની સ્થાનિક કિંમતનો તફાવત શોધો.

(a) 897 (b) 898 (c) 899 (d) 896

(3) 89272માં 7 ની સ્થાનિક કિંમત અને 9 ની સ્થાનિક કિંમતનો તફાવત શોધો.

(a) 8930 (b) 8940 (c) 8960 (d) 8950

(4) 59185માં 5 ની સ્થાનિક કિંમત અને 9 ની દાર્શનિક કિંમતનો તફાવત શોધો.

(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

(5) 49517માં 9 ની સ્થાનિક કિંમત અને 1 ની સ્થાનિક કિંમતનો તફાવત શોધો.

(a) 8980 (b) 8970 (c) 8990 (d) 8950

ANSWERS

1) B	2) A	3) A	4) B	5) C

SOLUTIONS

(1) 9ની સ્થાનિક કિંમત = 900
3ની દાર્શનિક કિંમત = 3
તફાવત = 900 - 3 = **897**

(2) 3ની દાર્શનિક કિંમત = 3
9ની સ્થાનિક કિંમત = 900
તફાવત = 900 -3 = **897**

(3) 7ની સ્થાનિક કિંમત = 70
9ની સ્થાનિક કિંમત = 9000
તફાવત = 9000 - 70 = **8930**

(4) 5ની સ્થાનિક કિંમત = 5
9ની દાર્શનિક કિંમત = 9
તફાવત = 9-5 = **4**

(5) 9ની સ્થાનિક કિંમત = 9000
1ની સ્થાનિક કિંમત = 10
તફાવત = 9000-10 = **8990**

2. ત્રિરાશી

- ત્રિરાશિમાં 'ત્રિ' એટલે ત્રણ અને 'રાશિ' એટલે રકમ. આમ, આ પ્રકારના પ્રશ્નોમાં ત્રણ રકમ આપેલી હોય તેના આધારે ચોથી રકમ શોધવાની હોય છે.
- સામાન્ય રીતે ત્રિ-રાશીના બે પ્રકાર હોય છે.
  (1) સપ્રમાણની ત્રિ-રાશી
  (2) વ્યસ્ત પ્રમાણની ત્રિ-રાશી
- અત્યારે આપણે 'સપ્રમાણની ત્રિ-રાશી' ની રીત સમજવાની છે.

ઉ.દા. 1 : 9 બેન્ચીસમાં 27 વિદ્યાર્થીઓ બેસી શકે તો 15 બેન્ચીસમાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ બેસી શકે?

જવાબ : 9 બેન્ચીસ = 27 વિધાર્થીઓ

15 બેન્ચીસ = (?) વિદ્યાર્થીઓ

નોંધ- બેન્ચીસની નીચે બેન્ચીસ લખાય અને વિધાર્થીની નીચે વિધાર્થી લખાય

$= \frac{15 \times 27}{9}$ = **45 વિધાર્થીઓ**

ઉ.દા. 2 : 16 મોબાઈલની કિંમત 320 રૂ. હોય તો 540 રૂપિયામાં કેટલી મોબાઈલ આવે?

જવાબ : 16 મોબાઈલ = 320 રૂ.

(?) મોબાઈલ = 540 રૂ.

નોંધ :- મોબાઈલની નીચે મોબાઈલ લખાય અને રૂપિયાની નીચે રૂપિયા લખાય

$= \frac{540 \times 16}{320}$ = **27 મોબાઈલ.**

Practice Question

Q1. 15 જગની કિંમત 450 રૂ. છે, તો 35 જગની કિંમત શોધો.

(A) 1350 (B) 1050

(C) 950 (D) 1150

Q2. 40 સાઈકલઓની કિંમત 600 રૂ. હોય તો 12 સાઈકલઓની કિંમત શોધો.

(A) 200 (B) 250

(C) 180 (D) 300

Q3. 45 કેક ની કિંમત 1575 રૂ. હોય તો 770 રૂ.માં કેટલી કેક આવે?

(A) 22 (B) 20

(C) 25 (D) 18

Q4. 30 મકાન ની કિંમત 18,000 રૂ. છે, તો 1,50,000 રૂ. માં કેટલા મકાન આવે?

(A) 25 (B) 30

(C) 300 (D) 250

ANSWERS

1) B	2) C	3) A	4) D

SOLUTIONS

(1) 15 જગ = 450 રૂ.

35 જગ = (?) રૂ.

$\frac{35 \times 450}{15}$ = 1050 રૂ.

(2) 40 સાઇકલ = 600 રૂ.

12 સાઇકલ = (?) રૂ.

$\frac{12 \times 600}{40}$ = 180 રૂ.

(3) 45 કેક = 1575 રૂ.

(?) કેક = 770 રૂ.

$\frac{45 \times 770}{1575}$ = 22 કેક

(4) 30 મકાન = 18000 રૂ.

(?) મકાન = 150000 રૂ.

$\frac{30 \times 150000}{18000}$ = 250 મકાન

ત્રણનો નિયમ

➢ આ સામાન્ય રીતે, કામ અને મહેનતાણું પ્રકરણનો જ ભાગ છે. છતાં પણ આને અલગ પ્રકરણ તરીકે સમજીએ તો આ પ્રકરણમાં આપણે બે પ્રકારના પ્રશ્નો સમજવાના છે.

1. બે પદ વાળી ત્રિરાશી
2. ત્રણ પદ વાળી ત્રિરાશી

બે પદ વાળી ત્રિરાશી

➢ ત્રિરાશીના મુખ્યત્વે બે પ્રકાર છે.

(01) સપ્રમાણની ત્રિરાશીની રીત - ત્રિરાશીમાં આવેલ બંને પદ એક સરખા પ્રમાણમાં વધે કે ઘટે મતલબ કે એક પદની સંખ્યા વધે તો બીજા પદની સંખ્યા વધે અને એક પદની સંખ્યા ઘટે તો બીજા પદની સંખ્યા ઘટે.

(02) વ્યસ્ત પ્રમાણની ત્રિરાશીની રીત - આ પ્રકારની ત્રિરાશીમાં આવેલ પદોનો ફેરફાર વ્યસ્ત પ્રમાણમાં થશે એટલે કે એક પદ ઘટે તો બીજા પદની સંખ્યા વધશે અને એક પદ વધે તો બીજા પદની સંખ્યા ઘટશે.

ઉ.દા. 1 : 15 માણસોને એક કામ કરતા 45 દિવસ થાય તો 25 માણસોને આ કામ કરતાં કેટલા દિવસ લાગે?

જવાબ : અહીં વ્યસ્ત પ્રમાણની ત્રિરાશીની રીત લાગશે.

માણસો વધે તો દિવસો ઘટે અને માણસો ઘટે તો દિવસો વધે.

15 માણસો = 45 દિવસ

25 માણસો = (?) દિવસ

$\frac{15 \times 45}{25}$ = 27 દિવસ

નોંધ : સામાન્ય રીતે, માણસો-દિવસો અને ઝડપ-સમયમાં વ્યસ્ત પ્રમાણની ત્રિરાશીની રીત લાગશે બાકી સપ્રમાણની રીત લાગશે.

Practice - 1

(01) 25 માણસોને એક કામ કરતાં 40 દિવસ લાગે તો 50 માણસોને આ કામ કરતા કેટલાં દિવસ લાગે?

(02) 32 વિધાર્થીઓને એક કામ કરતાં 24 દિવસ લાગે તો 48 વિધાર્થીઓને આ કામ કરતાં કેટલાં દિવસ લાગે?

(03) 27 લોકોને એક કામ કરતાં 24 દિવસ લાગે તો 36 લોકોને આ કામ કરતાં કેટલા દિવસ લાગે?

(04) 36 માણસોને એક કામ કરતાં 16 દિવસ લાગે તો 48 માણસોને આ કામ કરતાં કેટલા દિવસ લાગે?

(05) 45 મજુરોને કોઈ કામ કરતાં 80 દિવસ લાગે તો 36 મજુરોને આ જ કામ કરતાં કેટલા દિવસ લાગે?

ત્રણ પદ વાળી ત્રિરાશી

- આ પ્રકારના પ્રશ્નોમાં ત્રણ પદ વાળી ત્રિરાશી પૂછાય છે, જેના માટે એક સામાન્ય અને સરળ સૂત્રનો ઉપયોગ થશે.

$$\frac{M1\ D1\ T1\ W2}{M2\ D2\ T2\ W1}$$

M = Men - માણસો (કાર્ય કરનાર) **D** = Days - દિવસ

T = Time - કલાક (સમય) **W** = Work - કાર્ય

- બે લાઈનમાં પૂછાતા પ્રશ્નોમાં પ્રથમ લાઈનમાં હોય એ બધું જ M1 D1 T1 W1 કહેવાશે અને બીજી લાઈનમાં આપેલ વિગતને M2 D2 T2 W2 કહેવાશે.

- Men, Days, Time અને Work આ ચારમાંથી સામાન્ય રીતે કોઈપણ ત્રણ વિગત આપેલી હશે આથી આને 'ત્રણનો નિયમ' કહેવાય છે.

Practice Questions

Q1. 16 માણસોને એક કામ કરતાં 33 દિવસ લાગે તો 24 માણસોને આ કામ કરતાં કેટલો સમય લાગે?

(A) 22 (B) 20

(C) 25 (D) 30

Q2. 36 માણસો એક કામ 25 કલાકમાં પૂર્ણ કરે છે. તો 15 કલાકમાં આ કામ પૂર્ણ કરવા વધુ કેટલા માણસોની જરૂર પડે?

(A) 40 (B) 36

(C) 60 (D) 24

Q3. 6 માણસોને એક કામ કરતાં 42 દિવસ લાગે તો 14 માણસોને આ કામ કરતાં કેટલાં દિવસ લાગે?

(A) 18 દિવસ (B) 16 દિવસ

(C) 12 દિવસ (D) 14 દિવસ

Q4. 18 મજુરો એક કામ 6 દિવસમાં પૂર્ણ કરે છે તો 3 દિવસમાં આ કામ પુરું કરવા વધુ કેટલા માણસોની જરૂર પડે?

(A) 18 (B) 12

(C) 24 (D) 36

Q5. 56 માણસો એક કામ 14 દિવસમાં કરે છે તો 8 દિવસમાં કામ પુરું કરવા વધુ કેટલા માણસોની જરૂર પડશે?

(A) 42 (B) 24

(C) 52 (D) 56

ANSWERS

1) A	2) D	3) A	4) A	5) A

SOLUTION - 1

(01) 25 માણસો = 40 દિવસ

50 માણસો = (?) દિવસ

$\frac{25 \times 40}{50}$ = 20 દિવસ

(02) 32 વિધાર્થી = 24 દિવસ

48 વિધાર્થી = (?) દિવસ

$\frac{32 \times 24}{48}$ = 16 દિવસ

(03) 27 લોકો = 24 દિવસ

36 લોકો = (?) દિવસ

$\frac{27 \times 24}{36}$ = 18 દિવસ

(04) 36 માણસો = 16 દિવસ

48 માણસો = (?) દિવસ

$\frac{36 \times 16}{48}$ = 12 દિવસ

(05) 45 મજુરો = 80 દિવસ

36 મજુરો = (?) દિવસ

$\frac{45 \times 80}{36}$ = 100 દિવસ

3. દશાંશ સ્વરૂપ

➢ દશાંશ અપૂર્ણાંકને સાદા અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતરિત કરવા પોઈન્ટ પછી જેટલા અંકો હોય તેટલા 0,1 પાછળ લગાવી વ્યસ્ત સ્થાને મૂકવાં.

(1) $8.5 = \frac{85}{10}$

(2) $2.75 = \frac{2.75}{10} = \frac{11}{4}$

(3) $\frac{6}{3.5} = \frac{6 \times 10}{35} = \frac{12}{7}$

(4) $\frac{4}{3.25} = \frac{4 \times 100}{325} = \frac{16}{13}$

Practice - 1

(01) 2.25 (02) 0.8 (03) 1.2

(04) 0.125 (05) $\frac{10}{2.5}$ (06) $\frac{1}{0.8}$

➢ દશાંશવાળા અંકો ગુણાકારમાં હોય તો પોઈન્ટ 0 જેટલા અંક જમણી બાજુ ખસે અને દશાંશવાળા અંકો ભાગાકારમાં હોય તો પોઈન્ટ 0 જેટલા અંક ડાબી બાજુ ખસે.

(1) $32.64 \times 10 = 326.4$ (2) $4.3 \times 100 = 430$

(3) $\frac{24.86}{10} = 2.486$ (4) $\frac{9.6}{100} = 0.096$

Practice - 2

(01) 4.5×10 (02) 32.354×100

(03) 6.3×100 (04) 0.003×100

(05) $\frac{36.92}{10}$ (06) $\frac{5.7}{100}$

(07) $\frac{79.8}{100}$ (08) $\frac{93}{100}$

(09) $\frac{0.01}{100}$ (10) 0.9×100

(11) 0.135×100 (12) $\frac{0.007}{10}$

➢ પોઈન્ટવાળા પદમાં બે પદ વચ્ચે ગુણાકાર કે ભાગાકાર હોય ત્યારે પોઈન્ટ નથી એમ સમજી ગુણાકાર કે ભાગાકાર કરી પોઈન્ટનો સરવાળો કે બાદબાકી કરી જવાબમાંથી પોઈન્ટ જમણી બાજુથી ગણીને કાપો.

(01) $1.2 \times 3 = 3.6$

1.2માં પોઈન્ટ પછી એક અંક હોવાથી જવાબમાં પોઈન્ટ પછી એક અંક આવે

(02) $0.2 \times 0.3 = 0.06$

0.2માં પોઈન્ટ પછી એક અંક છે અને 0.3 માં પોઈન્ટ પછી એક અંક છે.

આથી, 1 + 1 = 2. જવાબમાં પોઈન્ટ પછી બે અંક આવે

(03) $\frac{1.44}{1.8} = 0.8$

1.44 માં પોઈન્ટ પછી બે અંક છે અને 1.8 માં પોઈન્ટ પછી એક અંક છે.

આથી, પોઈન્ટની બાદબાકી કરતાં 2 - 1 = 1 આવે. આથી, જવાબમાં પોઈન્ટ પછી એક અંક આવે.

(04) $\frac{0.6}{0.03} = 20$

નોંધ : 0.6માં પોઈન્ટ પછી એક અંક આવે અને 0.03માં પોઈન્ટ પછી બે અંક આવે.

આથી, પોઈન્ટની બાદબાકી કરતાં 1 - 2 = -1 આવે. આથી, જવાબમાં એક 0 જવાબની પાછળ મૂકાય.

Practice - 3

(01) 0.2×0.03 (02) $(1.3)^2$ (03) 0.13×0.001

(04) $\frac{32}{0.04}$ (05) $\frac{3.6}{0.0006}$ (06) $\frac{9.1}{1.3}$

(07) $(0.3)^3$ (08) $\frac{0.025}{0.5}$ (09) $(0.2)^2$

(10) $(0.04)^3$

➢ વર્ગમૂળ અને ઘનમૂળ

➢ પોઈન્ટવાળા અંકોનું વર્ગમૂળ શોધવા વર્ગમૂળ જે થતું હોય એ જ થાય અને પોઈન્ટ પછીના અંકોના અડધા કરવા,

દા.ત.-

$\sqrt{0.25} = 0.5$ $\sqrt{0.0064} = 0.08$

➢ **નોંધ :-** પોઈન્ટ પછીના ચાર અંકોનું વર્ગમૂળ કરતાં જવાબમાં તેના અડધા એટલે કે પોઈન્ટ પછી બે જ અંકો આવે.

➢ આ જ રીતે ઘનમૂળ શોધવા ઘનમૂળ જે થતું હોય એ જ થાય અને પોઈન્ટ પછીના અંકો ત્રીજા ભાગના કરવા

દા.ત.-

$\sqrt[3]{0.512} = 0.8$ $\sqrt[3]{0.000008} = 0.02$

❖ **નોંધ :-** પોઈન્ટ પછીના 6 અંકોનું ઘનમૂળ કરતાં જવાબમાં તેનો 6/3 ત્રીજો ભાગ કરતાં પોઈન્ટ પછી 2 અંકો આવે.

Practice - 4

(1) $\sqrt{0.25}$ (2) $\sqrt{0.0144}$ (3) $\sqrt{0.0009}$

(4) $\sqrt{0.01}$ (5) $\sqrt{0.000081}$ (6) $\sqrt{0.000441}$

(7) $\sqrt[3]{0.512}$ (8) $\sqrt[3]{0.008}$ (9) $\sqrt[3]{0.000027}$

(10) $\sqrt[3]{0.000216}$ (11) $\sqrt[3]{0.001}$ (12) $\sqrt[3]{0.001331}$

❖ $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{9}{11}$ આ બધા જ અપૂર્ણાંકોને ઉતરતા ક્રમમાં.

$\frac{3}{5} = 0.6$, $\frac{4}{7} = 0.571$, $\frac{8}{9} = 0.88$, $\frac{9}{11} = 0.818$

હવે, $0.88 > 0.818 > 0.6 > 0.571$

$\therefore \frac{8}{9} > \frac{9}{11} > \frac{3}{5} > \frac{4}{7}$

Practice - 5

(1) $\frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{13}{16}, \frac{5}{9}, \frac{3}{4}$ માં સૌથી મોટો અપૂર્ણાંક કયો ?

(A) $\frac{13}{16}$ (B) $\frac{7}{12}$

(C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{3}{4}$

(2) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ માં સૌથી મોટો અપૂર્ણાંક અને સૌથી નાનો અપૂર્ણાંકનો તફાવત શોધો.

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{12}$

(C) $\frac{1}{20}$ (D) $\frac{1}{30}$

(5) $0.002 \times 0.5 = (?)$

$0.001 = (?)$

નોંધ :- પોઇન્ટ નથી એમ સમજીને ગુણાકાર કરો તો 10 જવાબ આવે અને કુલ 4 પોઇન્ટ જમણી બાજુથી કાપતા જવાબ 0.001 આવે

(6) $0.14 \times 0.014 = (?)$

$0.00196 = (?)$

નોંધ :- પોઇન્ટ નથી એમ સમજીને ગુણાકાર કરો તો 196 જવાબ આવે અને કુલ 5 પોઇન્ટ જમણી બાજુથી કાપતા જવાબમાં પોઇન્ટ પછી 5 અંક આવે

(7) 16.02×0.001

$= 0.01602$

નોંધ :- પોઇન્ટ નથી એમ સમજીને ગુણાકાર કરો તો 1602 જવાબ આવે અને કુલ 2 + 3 = 5 અંક પોઇન્ટ પછી આવે. આ અંકો જમણેથી ગણવા

(8) $3 \times 0.3 \times 0.03 \times 0.003 \times 30$

$= 0.002430$

$= 0.00243$

નોંધ :- પોઇન્ટ નથી એમ સમજીને ગુણાકાર કરો તો 2430 જવાબ આવે અને પોઇન્ટ પછીના કુલ 6 અંકો જવાબમાં જમણી બાજુથી કાપવાં

(9) $0.213 \div 0.00213 = (?)$

$= \frac{0.213}{0.00213} = 100$

(10) $\frac{1}{0.04} = \frac{1 \times 100}{4} = \frac{100}{4} = 25$

નોંધ :- પોઇન્ટ નથી એમ સમજીને ભાગાકાર કરતાં જવાબ 1 આવે અંશમાં પોઇન્ટ પછી 3 અંક આવે અને છેદમાં પોઇન્ટ પછી 5 અંક આવે. પોઇન્ટની બાદબાકી કરતાં 3-5=2. જ્યારે પોઇન્ટનો જવાબ માઇનસમાં(-) આવે ત્યારે એટલા જવાબની 0 પાછળ આવશે.

4. સાદું રૂપ

➢ જ્યારે એક જ દાખલામાં સરવાળો, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર અને કૌંસ એક જ સાથે આપેલું હોય ત્યારે અહી દર્શાવેલ નિયમ પ્રમાણે ક્રમાનુસાર સાદું રૂપ અપાય...

B	Bar		
		રૈખીય કૌંસ	$\overline{x}$
		કૌંસ	( ) નાનો કૌંસ (Small Bracket)
B	Bracket		{ } છગડિયો કૌંસ (Curly Bracket)
			[ ] મોટો કૌંસ (Square Bracket)
O	Of	નો, ની, નું, ના	
D	Division	ભાગાકાર	
M	Multiplication	ગુણાકાર	
A	Addition	સરવાળો	
S	Subtraction	બાદબાકી	

➢ BODMAS નો નિયમ (ભાગુસબાનો નિયમ)

Practice Questions

01. $5005 - 5000 \div 10 = (?)$

(A) 4505 (B) 2

(C) 0.5 (D) કોઈપણ નહિં

02. $100 + 50 \times 2 = (?)$

(A) 75 (B) 150

(C) 200 (D) 300

03. $7500 + (1250 \div 50) = (?)$

(A) 175 (B) 300

(C) 6575 (D) 7525

04. $3640 \div 14 \times 16 + 340 = (?)$

(A) 0.70 (B) 3525

(C) 4480 (D) કોઈપણ નહિં

05. $1260 \div 15 \div 7 = (?)$

(A) 1.2 (B) 58

(C) 12 (D) 588

1) A	2) C	3) D	4) D	5) C

5. વર્ગ-વર્ગમૂળ અને ઘન-ઘનમૂળ

➢ કોઈ પણ સંખ્યાનો વર્ગ એટલે તે જ સંખ્યાનો બે વખત ગુણાકાર, કોઈ પણ સંખ્યાની બે ઘાત એટલે વર્ગ કહેવાય.

દા.ત. - 9^2 એટલે 9 નો 2 વખત ગુણાકાર 21^2 એટલે 21 નો 2 વખત ગુણાંકાર

5 આધાર અને 2 ઘાત

$1^2 = 1 \times 1 = 1$
$2^2 = 2 \times 2 = 4$
$3^2 = 3 \times 3 = 9$
$4^2 = 4 \times 4 = 16$
$5^2 = 5 \times 5 = 25$
$6^2 = 6 \times 6 = 36$
$7 = 7 \times 7 = 49$
$8^2 = 8 \times 8 = 64$
$9^2 = 9 \times 9 = 81$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$11^2 = 11 \times 11 = 121$
$12^2 = 12 \times 12 = 144$
$13^2 = 13 \times 13 = 169$
$14^2 = 14 \times 14 = 196$
$15^2 = 15 \times 15 = 225$
$16^2 = 16 \times 16 = 256$
$17^2 = 17 \times 17 = 289$
$18^2 = 18 \times 18 = 324$
$19^2 = 19 \times 19 = 361$
$20^2 = 20 \times 20 = 400$

$21^2 = 21 \times 21 = 441$
$22^2 = 22 \times 22 = 484$
$23^2 = 23 \times 23 = 529$
$24^2 = 24 \times 24 = 576$
$25^2 = 25 \times 25 = 625$
$26^2 = 26 \times 26 = 676$
$27^2 = 27 \times 27 = 729$
$28^2 = 28 \times 28 = 784$
$29^2 = 29 \times 29 = 841$
$30^2 = 30 \times 30 = 900$

$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$
$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$
$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$
$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$11^3 = 11 \times 11 \times 11 = 1331$
$12^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728$
$13^3 = 13 \times 13 \times 13 = 2197$
$14^3 = 14 \times 14 \times 14 = 2744$
$15^3 = 15 \times 15 \times 15 = 3375$

વર્ગ કરવાની રીત

➢ અંકોના વર્ગ કરવા માટેની શોર્ટ ટ્રીક કોઈ પણ સંખ્યાનો વર્ગ નીચે મુજબના ત્રણ પગલાંથી ગણી શકાય.

Step-1 = એકમનાં અંકનો વર્ગ કરવો. (વદી આગળ લઈ જવી)

Step-2 = (2 × એકમનો ×અંક દશકનો અંક) + વદી (વદી આગળ લઈ જવી)

Step-3 = દશકનાં અંકનો વર્ગ + વદી.

➢ ઉપરનાં ત્રણ પગલાં ફરી વાંચી અને આ નિયમ પ્રમાણેનાં કેટલાંક ઉ.દા. જોઈએ.

Practice Questions - 2

(01) 25^2 = _____
(02) 45^2 = _____
(03) 55^2 = _____
(04) 75^2 = _____
(05) 85^2 = _____
(06) 95^2 = _____
(07) 105^2 = _____

❖ પૂર્ણ વર્ગ સંખ્યા (જેનું વર્ગમૂળ નીકળી શકે) નું વર્ગ મૂળ કરવાની રીત:-

→ કોઈ પણ સંખ્યાનો વર્ગ કરી તેનો છેલ્લો અંક નીચે મુજબ શોધી શકાય.

❖ $(18)^2 = 18 \times 18 = 324$

→ આમ, છેલ્લા આંકડાનાં ગુણાકારની રીતથી એમ કહી શકાય કે $(13)^2$ નો એકમનો અંક 9 આવે. $(24)^2$ નો એકમનો અંક 6 આવે.

→ આમ, કોઈ પણ સંખ્યાનો એકમનો અંક 0 થી 9 માંથી જ કોઈ એક હશે. તો આપણે એ દરેકનાં વર્ગનો એકમનો અંક જોઈ લઈએ.

કોઈ પણ સંખ્યાનો એકમનો અંક	તેના વર્ગનો એકમનો અંક (છેલ્લા અંકની રીતથી)
0	0
1	1
2	4
3	9
4	6
5	5
6	6
7	9
8	4
9	1

➢ આથી, કહી શકાય કે જે સંખ્યાનો એકમ 0, 2, 3, 7 કે 8 હોય તેનું વર્ગમૂળ નીકળે નહિ. (પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા હોય નહિ)

❖ આમ, ચાર્ટ પરથી ખ્યાલ આવશે કે જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 1 હશે તેના વર્ગના એકમનો અંક 1 આવશે અને એકમનો અંક 9 હશે તેનો એકમનો અંક પણ 1 આવશે. આ જ રીતે, 2 અને 8 એકમના અંકવાળી સંખ્યાનો વર્ગ 4 આવશે. તો વર્ગમૂળમાં તેનાથી ઉલટું થશે કે જે પુર્ણવર્ગ સંખ્યાનો એકમનો અંક 4 હશે તેનો વર્ગમૂળનો એકમનો અંક 2 અથવા 8 હશે. આ પરથી ખ્યાલ આવે કે કોઈ પણ સંખ્યાનો વર્ગનો એકમનો અંક 2, 3,7 કે 8 કયારેય ન હોય.

પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનો એકમનો અંક	વર્ગ મૂળનો એકમનો અંક
1	1 અથવા 9
4	2 અથવા 8
9	3 અથવા 7
6	4 અથવા 6
5	5
0	0

6. ઘાત અને ઘાતાંક

8^3 : 8 - આધાર 3 - ઘાત

- આધારનો ઘાત વખત ગુણાકાર.
- ઘાતવાળા પદમાં આધાર સરખો હોય અને બે પદ વચ્ચે ગુણાકાર હોય તો ઘાતનો સરવાળો થાય.
- $x^m \times x^n = x^{(m+n)}$

ઉ.દા. 1 : $9^4 \times 9^9 = 9^{(4+9)} = 9^{13}$

→ ઘાતવાળા પદમાં આધાર સરખો હોય અને બે પદ વચ્ચે ભાગાકાર હોય તો ઘાતની બાદબાકી થાય?

$x^m \div x^n = x^{(m-n)}$

ઉ.દા. 1A : $3^9 \div 3^2 = 3^{(9-2)} = 3^7$

Practice Question - 1

(01) $4^6 \times 4^5 = (?)$

(02) $9^7 \div 9^3 = (?)$

(03) $7^8 \times 7^9 = (?)$

(04) $15^{20} \div 15^{15} = (?)$

(05) $3^4 \times 3^6 \times 3^9$

(06) $21^4 \div 21^3 = (?)$

(07) $11^5 \times 11^3 \times 11^{10} = (?)$

(08) $5^9 \div 5^5 = (?)$

(09) $8^{15} \times 8^2 \times 8^4 \times 8^7 = (?)$

(10) $4^{11.4} \times 4^{6.4} = (?)$

(11) $8^{9.2} \times 8^{3.4} = (?)$

(12) $21^{8.2} \div 21^{3.4} = (?)$

❖ ધ્યાનમાં રાખવા જેવા મુદાઓ

→ કોઈપણ અંકની '0' ઘાત એટલે 1

$x^0 = 1 \quad 6^0 = 1$

→ કોઈપણ અંકની '1' ઘાત એટલે જવાબ તે સંખ્યા પોતે

$x^1 = x \quad 8^1 = 8$

→ 1 ની ગમે તેટલી ઘાત હોય તેનો જવાબ 1 જ આવે

$1^x = 1 \quad 1^8 = 1$

નોંધ :-

→ કોઈપણ અંકની $\frac{1}{2}$ ઘાત એટલે વર્ગમૂળ થાય.

→ કોઈપણ અંકની $\frac{1}{3}$ ઘાત એટલે ઘનમૂળ થાય.

→ ઘાતવાળા પદમાં ઘાતની ઘાતનો ગુણાકાર થાય.

$(x^m)^n = x^{m \times n} = x^{mn}$

Practice Questions

01. $1^5 = (?)$

(A) 2^3 (B) 0^4

(C) 5^0 (D) 6

02. $(125)^{2/3}$ ની કિંમત શોધો.

(A) 625 (B) 5

(C) 125 (D) 25

03. $(-1)^9 + (-1)^{10} = (?)$

(A) 1 (B) -1

(C) 0 (D) 2

04. $(8)^{2/3}$ ની કિંમત શોધો.

(A) 8 (B) 4

(C) 0 (D) 1

05. $4^3 \div 2^4 \times 3 = (?)$

(A) 4 (B) 8

(C) 2 (D) 12

06. $3^5 \times 3^4 \times 3^7 = 3^?$

(A) 3^{16} (B) 3^{17}

(C) 3^{10} (D) 3^{15}

07. $4^8 \times 4^9 \div 4^6 = 4^?$

(A) 4^{10} (B) 4^{11}

(C) 4^8 (D) 4^{23}

08. $6^9 \times 6^7 \div 6^4 = 6^?$

(A) 6^6 (B) 6^{10}

(C) 6^{17} (D) 6^{12}

09. $7^6 \times 7^9 \div 7^{12} \times 7^6 = 7^?$

(A) 7^{-3} (B) 7^3

(C) 7^9 (D) 7^{10}

10. $6^3 \div 6^9 \times 6^8 = 6^?$

(A) 6^2 (B) 6^{-14}

(C) 6^{20} (D) 6^5

11. $\frac{(8^3 \times 8^7 \div 8^6)}{(8^9 \times 8^6 \div 8^{12})} = 8^?$

(A) 8^0 (B) 8^1

(C) 8^2 (D) 8^3

12. $(243)^{0.07} \times 243^{0.13} = (?)$

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

13. $(5^3)^{-1} \times (\frac{1}{5})^{-4} = (?)$

(A) 1 (B) 2

(C) 5 (D) 0

14. $\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \cdots \infty}}} = (?)$

(A) 2 (B) 4

(C) 3 (D) 0

15. $\frac{(169)^{0.1} \times (169)^{0.4} \times 13}{(169)^{3/2}} = (?)$

(A) $\frac{1}{169}$ (B) $\frac{1}{13}$

(C) 1 (D) 13

16. $16^{0.12} \times 16^{0.09} \times 16^{0.04} = (?)$

(A) 256 (B) 4

(C) 2 (D) 1

17. $\sqrt{90 - \sqrt{90 - \sqrt{90 - \cdots \infty}}} = (?)$

(A) 10 (B) 30

(C) 9 (D) 3

18. $\frac{(?)^{1.6}}{36} = \frac{4}{(?)^{0.4}}$

(A) 24 (B) 12

(C) 8 (D) 4

19. $\frac{(?)^{5/7}}{75} = \frac{3}{(?)^{9/7}}$

(A) 30 (B) 15

(C) 20 (D) 25

20. $\frac{(?)^{9/4}}{324} = \frac{(?)^{1/4}}{9}$

(A) 27 (B) 6

(C) 20 (D) 25

21. $(243)^{3/5} \times (27)^{2/3} = 3^?$

(A) 3^5 (B) 3^4

(C) 3^8 (D) 3^{10}

22. $(2^2)^3$ અને 2^{2^3}

(A) 2^8 (B) $2^{2\,x\,3}$

(C) બંને સરખી છે. (D) જવાબ જ નથી.

23. $\sqrt{2n} = 64$ તો n = ?

(A) 11 (B) 12

(C) 10 (D) 13

24. $2^x = \sqrt[3]{32}$, x = ?

(A) $(2)^{5/3}$ (B) $\sqrt[3]{2^5}$

(C) $x = 5/_3$ (D) આપેલ પૈકી એક પણ

25. $(256)^{0.16} \times (16)^{0.18}$

(A) $(16)^{0.5}$ (B) $(16)^{5/10}$

(C) $\sqrt{25}$ (D) 4

26. કિંમત શોધો: $[(\frac{5}{3})^2]^3 \times 3^4 \div (5^3)^2$

(A) $\frac{3^4}{3^6}$ (B) $\frac{1}{3^{6-4}}$

(C) 5^6 (D) $\frac{1}{9}$

27. $(81)^{3/4}$ બરાબર કેટલા થાય ?

(A) 22 (B) 25

(C) 27 (D) 26

7. સમાંતર શ્રેણી

➢ **સંખ્યાઓની નીચે આપેલી ક્રમયુક્ત યાદી તપાસો:**

(1) 2, 5, 8, 11... (2) 1, 7, 13, 19...

(3) 99, 97, 95, 93 (4) 10, 9.5, 9, 8.5, 8,...

→ સમાંતર શ્રેણીનું પદ શોધવાનું સૂત્ર

$T_n = a + (n-1) \cdot d$

જ્યાં a = પ્રથમ પદ

d = ક્રમિક પદ વચ્ચેનો તફાવત $d \neq 0$

n = મું પદ

T_n = nમું પદ

n પદનો સરવાળો શોધવાનું સૂત્ર

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1) \cdot d]$

$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$ જ્યાં l = અંતિમ પદ

(1) **અહીં દરેક પદ એ તેની આગળના પદ કરતાં 3 જેટલું વધારે છે.**

$T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = T_4 - T_3 = 3$

→ એવું માની લઈએ કે સંખ્યાઓની ગોઠવણીની આ ભાત (Pattern) ચાલુ છે. તો આવી શ્રેણીને સમાંતર શ્રેણી કહેવામાં આવે છે. આ શ્રેણીનું પ્રથમ પદ 2 છે અને કોઈ પણ ધન પુર્ણાંક r માટે તફાવત $T_{r+1} - T_r \cdot = d$ ને આ શ્રેણીનો સામાન્ય તફાવત અથવા તફાવત કહેવામાં આવે છે. શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a અને તફાવત d જાણતા હોઈએ તો શ્રેણીના આગળનાં પદો નીચે પ્રમાણે લખી શકાય :

2, $2 + 3 = 5$, $5 + 3 = 8$, $8 + 3 = 11$ વગેરે.

$T_2 = 2 + 3 = 5$, $T_3 = 5 + 3 = 2 + 3 + 3 = 2 + 2 \cdot 3 = 8$

(2 એટલે 3 - 1)

$T_4 = 8 + 3 = 5 + 3 + 3 = 2 + 3 + 3 = 2 + 3 \cdot 3 = 11$

(3 એટલે 4 - 1)

(2) **જેમ (1)માં છે તેમ અહીં પણ દરેક પદ તેની આગળના પદ કરતાં 6 જેટલું વધુ છે.**

આપણને $T_n = 1 + (n - 1) \cdot 6 = 6n - 5$ મળવું જોઈએ.

(3) **અહીં દરેક પદ તેની આગળના પદ કરતાં 2 જેટલું ઓછું એટલે કે -2 જેટલું વધારે છે.**

$T_2 = 99 - 2 = 99 + (-2) \cdot 1$, $T3 = 97 - 2 = 99 - 2 - 2 = 99 + (-2) \cdot 2$, $T_4 = 99 + (-2)$

આમ, $T_n = 99 + (-2)(n - 1) = -2n + 101$ એટલે કે $101 - 2n$.

(4) **આ શ્રેણીમાં (1) મુજબ d = - 0.5 મળશે.**

$\therefore Tn = 10 - \frac{1}{2}(n - 1) = -\frac{1}{2}n + \frac{21}{2} = -\frac{1}{2}(n - 21)$

- આ બધી શ્રેણીઓ 'અનંત' શ્રેણી છે એટલે કે કોઈ અંતિમ પદ નથી. nમા પદને વ્યાપક પદ કહે છે. સામાન્ય તફાવત d શૂન્યેતર અચળ છે.
- જે શ્રેણી કોઈ નિશ્ચિત વાસ્તવિક સંખ્યાથી શરૂ થતી હોય અને તેના દરેક ક્રમિક પદની જોડમાં પદોનો તફાવત શૂન્યેતર (શૂન્ય સિવાયનો) અચળ હોય તે શ્રેણીને સમાંતર શ્રેણી કહેવામાં આવે છે.
  (અહીં તફાવત = આપેલું પદ - તેની આગળનું પદ)
- આમ જો આપણને સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય તફાવત d આપેલ હોય, તો શ્રેણીની સંપૂર્ણ ઓળખ નીચે પ્રમાણે આપી શકાય.

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots., a + (n - 1)d, \ldots..$$

- વ્યાપક પદ $T_n = a + (n - 1)d$
- જો સમાંતર શ્રેણી સાન્ત હોય અને તે nમા પદે અટકી જતી હોય તો શ્રેણીનું nમું પદ (nth term) $T_n = a + (n - 1)d$ એ આ શ્રેણીનું અંતિમ પદ કે છેલ્લું પદ (Last term) કહેવાય.

8. સમ-ગુણોત્તર શ્રેણી

વ્યાખ્યા : જે શ્રેણીમાં કોઈપણ પદને એક ચોક્કસ સંખ્યા વડે ગુણવાથી તેની પછીનું પદ મળે તે શ્રેણીને ગુણોત્તર શ્રેણ અથવા સમગુણોત્તર શ્રેણી કહે છે. બીજા શબ્દોમાં જે શ્રેણીમાં કોઈપણ પદનો તેના પુરોગામી પદ સાથેનો ગુણોત્તર અચળ હોય તેને ગુણોત્તર શ્રેણી કહે છે. આ શ્રેણીમાં અચળ ગુણોત્તરને r વડે અને પ્રથમ પદને a વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

- **સમગુણોત્તર શ્રેણીનું સમાન્ય સ્વરૂપ નીચે પ્રમાણે દર્શાવવામાં આવે છે :**

$a, ar, ar^2, ar^3 \ldots$

ગુ.શ્રે.નું nમું પદ:

ગુ.શ્રે. નું સામાન્ય સ્વરૂપ a, ar, ar^2, ar^3 ..... છે.

જ્યાં a = પ્રથમ પદ

તેનું પ્રથમ પદ $T_1 = a = ar^{1-1}$

બીજું પદ $T_2 = ar = ar^{2-1}$

ત્રીજું પદ $T_3 = ar^2 = ar^{3-1}$

ચોથું પદ $T_4 = ar^3 = ar^{4-1}$

આ પ્રમાણે nનું પદ $T_n = ar^{n-1}$ થાય.

a, ar, ar2, ar3,... arm-1 ગુ. શ્રે. છે.

ગુ.શ્રે.નાં પ્રથમ n પદોનો સરવાળો :

$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^{n-1}$ ..... (1)

બંને બાજુ r વડે ગુણો.

$rS_n = ar + ar2 + ar3 + ar4 \ldots\ldots + ar^{n-1} + ar^n$

પરિણામ (2)માંથી પરિણામ (1) બાદ કરતાં,

$rS_n - S_n = (ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots + ar^{n-1} + ar^n) (a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots + ar^{n-1})$

$rS_n - S_n = ar^{n-a}$

$S_n (r - 1) = a(r^n - 1)$

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ જ્યારે r<1 ..... (B)

- જ્યારે rની કિંમત 1 કરતાં વધારે હોય ત્યારે સૂત્ર (A) અનુકૂળ પડે છે અને જ્યારે rની કિંમત 1 કરતાં ઓછી હોય ત્યારે સૂત્ર (B) અનુકૂળ પડે છે.

Practice Questions

1. 2, 6, 18, 54... ગુ.શ્રે.માં ૭મું પદ શોધો.

A) 13122 B) 12132

C) 11122 D) 101012

2. 1024, -512, 256, -128,... ગુ.શ્રે.માં 10મુ પદ શોધો.

A) -8 B) -6

C) -4 D) -2

3. $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \ldots\ldots$ ગુ.શ્રે.માં 15મું પદ શોધો.

A) $6\sqrt{2}$ B) 128

C) $9\sqrt{2}$ D) એકપણ નહિ

4. 5, 25, 125, 625,.... ગુ.શ્રે. માં શ્રેણીનું 40મુ પદ શોધો.

A) 4^{50} B) 5^{50}

C) 5^{49} D) 5^{40}

5. સમગુણોત્તર શ્રેણી : 5, 25, 125, ... માટે 10મું પદ શોધો.

A) 5^{10} B) 5^{11}

C) 5^{12} D) 5^{13}

6. સમગુણોત્તર શ્રેણી $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \ldots\ldots$ ના પ્રથમ કેટલા પદોનો સરવાળો $\frac{3069}{512}$ થાય ?

A) 10 પદ B) 11 પદ

C) 12 પદ D) 13 પદ

7. જો એક ગુશ્રે.નું પ્રથમ પદ 2 હોય અને આઠમા પદ અને ચોથા પદનો સરવાળો 4428 અને તફાવત 4320 થાય તો સામાન્ય ગુણોત્તર શોધો.

A) 2 B) 3

C) 4 D) 5

8. સમગુણોત્તર શ્રેણી : 2, 8, 32, ... n પદ સુધી, માટે કયું પદ 1131072 હશે ?

A) 8મું B) 9મું

C) 10મું D) 11મું

આમ સમગુણોત્તર શ્રેણીનું 9મું પદ 131072 થાય.

9. $1+2+4+8+16\ldots\ldots$ ગુ.શ્રે.માં 12 પદ સુધી સરવાળો કરો.

A) 3945 B) 3885

C) 4095 D) એકપણ નહિ

10. સમગુણોત્તર શ્રેણી : $1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\ldots\ldots$ નાં કેટલાં પદોનો સરવાળો 900 થાય?

A) $\frac{220}{81}$ B) $\frac{211}{91}$

C) $\frac{211}{81}$ D) $\frac{220}{91}$

11. 2 + 10 + 50 + 250, ... ગુ. શ્રે. માં 30 પદ સુધીનો સરવાળો જણાવો.

a=2, r=5, n=30

(A) $\frac{5^{29}-1}{2}$ (B) $\frac{5^{30}-1}{2}$

(C) $\frac{5^{31}-1}{2}$ (D) $\frac{5^{32}-1}{2}$

ANSWER

1) A	2) D	3) B	4) D	5) A	6) A
7) B	8) B	9) C	10) C	11) B	

28. ત્રિકોણમિતિ

➢ ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરો

➢ કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં, જો ∠B કાટખૂણો (90°) હોય અને ∠Cનું મૂલ્ય **θ** લઈએ તો, ખૂણા C માટેના ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરો નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે.

∠C નો sine $= \sin\theta = \frac{\text{ખૂણા } C \text{ ની સામેની બાજુ કર્ણ}}{\text{કર્ણ}} = \frac{AB}{AC}$

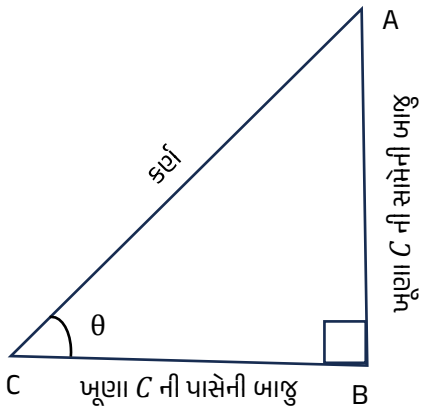
∠C નો cosine $= \cos\theta = \frac{\text{ખૂણા } C \text{ ની પાસેની બાજુ કર્ણ}}{\text{કર્ણ}} = \frac{BC}{AC}$

∠C નો tangent $= \tan\theta = \frac{\text{ખૂણા } C \text{ ની સામેની બાજુ કર્ણ}}{\text{ખૂણા } C \text{ ની પાસેની બાજુ કર્ણ}} = \frac{AB}{BC}$

∠C નો cosecant $= \text{cosec}\,\theta = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{ખૂણા } C \text{ ની સામેની બાજુ કર્ણ}} = \frac{AC}{AB}$

∠C નો secant $= \sec\theta = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{ખૂણા } C \text{ ની પાસેની બાજુ કર્ણ}} = \frac{AC}{BC}$

∠C નો cotangent $= \cot\theta = \frac{\text{ખૂણા } C \text{ ની પાસેની બાજુ કર્ણ}}{\text{ખૂણા } C \text{ ની સામેની બાજુ કર્ણ}} = \frac{BC}{AB}$



➢ અગત્યના સુત્રો

$\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\,\theta}$ $\quad \text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ $\quad \sin\theta \times \text{cosec}\,\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ $\quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ $\quad \sin\theta \times \sec\theta = 1$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cot\theta}$ $\quad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\tan\theta}$ $\quad \tan\theta \times \cot\theta = 1$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\quad \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ $\quad \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ $\quad \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ $\quad \text{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ $\quad \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$ $\quad \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta - 1$

કોટિકોણના ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તરો

➢ જો બે ખૂણાઓનો સરવાળો 90° થાય તો તેમને એકબીજાના કોટિકોણ કહેવાય.

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$ $\quad \text{cosec}\,(90° - \theta) = \sec\theta$ $\quad \tan(90° - \theta) = \cot\theta$

$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$ $\quad \sec(90° - \theta) = \text{cosec}\,\theta$ $\quad \cot(90° - \theta) = \tan\theta$

યાદ રાખો

- $\sin\theta$ અને $\cos\theta$ નું મૂલ્ય ક્યારેય 1 થી વધારે ન હોય અને $\sec\theta$ અને $\operatorname{cosec}\theta$ નું મૂલ્ય હંમેશા 1 અથવા 1 થી વધારે જ હોય.
- $a \sin x + b \cos x$ ની મહત્તમ કિંમત $= \sqrt{a^2 + b^2}$
- $\sin(A + B) = (\sin A \times \cos B) + (\cos A \times \sin B)$
- $\sin(A - B) = (\sin A \times \cos B) - (\cos A \times \sin B)$
- $\cos(A + B) = (\cos A \times \cos B) - (\sin A \times \sin B)$
- $\cos(A - B) = (\cos A \times \cos B) + (\sin A \times \sin B)$

રેડીયન અને ડિગ્રી વચ્ચેનો સંબંધ

સૂત્ર : $1\,\pi$ રેડીયન $= 180°$ ડિગ્રી

- ડિગ્રીમાંથી રેડીયનમાં જવા માટે $\left(\frac{\pi}{180°}\right)$ વડે ગુણીને એકમ rad લખવું.

  ઉ.દા. $120° = 120° \times \frac{\pi}{180°} = \frac{2\pi}{3}$ rad
- રેડીયનમાંથી ડિગ્રીમાં જવા માટે $\left(\frac{\pi}{180°}\right)$ વડે ગુણીને એકમ ડિગ્રી (°) લખવું.

  ઉ.દા. $\frac{4\pi}{9}$rad $= \frac{4\pi}{9} \times \frac{180°}{\pi} = 80°$

Practice Questions

1. $\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ રેડિયન $= (?)°$

2. $270° = (?)$ રેડિયન

3. જો $\sin A = \frac{3}{5}$ હોય તો $\cos A$ અને $\tan A$ ની કીમત શોધો.

4. જો $\sin\theta = \frac{3}{4}$ હોય તો $\sqrt{\frac{cosec^2\theta - cot^2\theta}{sec^2\theta - 1}}$ ની કિંમત શોધો.

5. ΔABC માં, B કાટખૂણો છે. $AB = 7$ સે.મી. અને $AC - BC = 1$ સે.મી. હોય તો $\sin C, \cos C$નું મૂલ્ય શોધો.

6. જો $\cos x + \cos y = 2$ હોય તો $\sin x + \sin y$ ની કિંમત શોધો.

7. $3 \sin x + 4 \cos x$ ની મહત્તમ કિંમત શું થાય?

8. $\sin x + \cos x$ ની મહત્તમ કિંમત શું થાય?

9. જો $\cos\theta \operatorname{cosec} 23° = 1$ હોય તો θ ની કીમત શોધો.

10. જો $\sin x = \cos y$ હોય તો $x + y = (?)$

SOLUTION

1. $\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ રેડિયન $= (?)^\circ$

$$\frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \times \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$= 36 \times 3$$

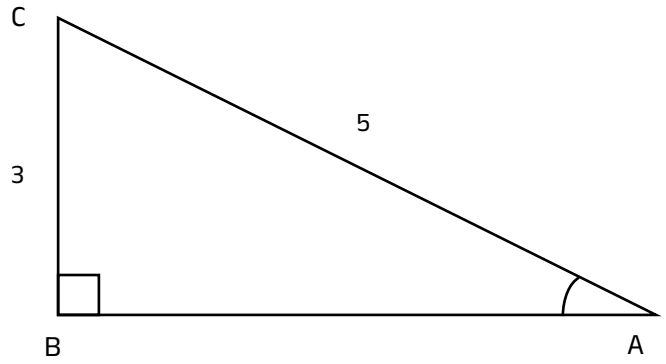
$$= 108^\circ$$

2. $270^\circ = (?)$ રેડિયન

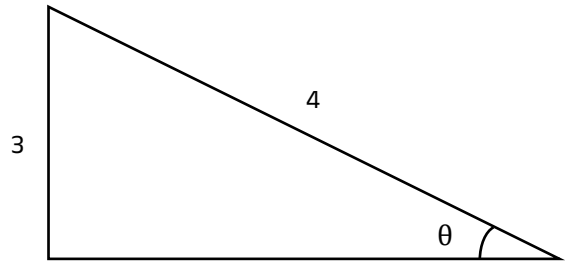
$$270^\circ = 270^\circ \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{3\pi}{2}$$

3. જો $\sin A = \frac{3}{5}$ હોય તો $\cos A$ અને $\tan A$ ની કીમત શોધો.



4. જો $\sin\theta = \frac{3}{4}$ હોય તો $\sqrt{\frac{cosec^2\theta - cot^2\theta}{sec^2\theta - 1}}$ ની કિંમત શોધો.



$\sqrt{7}$

$$\sin\theta = \frac{3}{4} = \frac{\text{સામેની બાજુ}}{\text{કર્ણ}}$$

∴ પાયથાગોરસ પ્રમેયના આધારે

પાસેની બાજુ $= \sqrt{4^2 - 3^2}$

$$= \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$$

$$\sqrt{\frac{cosec^2\theta - cot^2\theta}{sec^2\theta - 1}} = \sqrt{\frac{1}{tan^2\theta}} \; (\because cosec^2\theta - \cot^2\theta = 1, \sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta)$$

$$= \frac{1}{tan\theta}$$

$$= \cot\theta = \frac{\text{પાસેની બાજુ}}{\text{સામેની બાજુ}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$